2ème INTERROGATION DE MATHEMATIQUES (3 h)

1 /

On désigne par I_Γ l'intégrale curviligne $\int_\Gamma P(x,y)\,dx + Q(x,y)\,dy$ sur l'arc de Jordan Γ, P et Q étant définies par $P(x,y) = \frac{e^{-y}}{x^2+y^2}(x\sin x - y\cos x)$, $Q(x,y) = \frac{e^{-y}}{x^2+y^2}(x\cos x + y\sin x)$ dans le complémentaire du point (0, 0) relativement à R^2

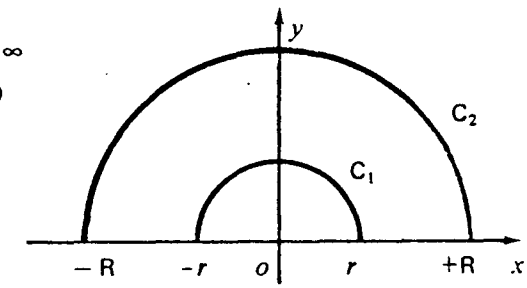
1° Démontrer que si Γ est un arc fermé laissant l'origine à l'extérieur, I_Γ est nulle.

2° On prend pour Γ le demi cercle C de centre O et de rayon R situé dans le demi plan $y \geqslant 0$ et décrit dans le sens direct. Montrer que

$$I_C = \int_0^\pi e^{-R\sin\theta}\cos(R\cos\theta)\,d\theta$$

et que : $I_C \to 0$ quand $R \to +\infty$

$I_C \to \pi$ quand $R \to 0$



3° On considère le contour Γ formé des demi cercles C_1 et C_2 de centre O et de rayon r et R situés dans le demi plan $y \geqslant 0$ et des deux segments $[-R, -r]$ et $[r, R]$ joignant les extrémités de ces deux demi cercles.

Montrer en calculant I_Γ sur le contour ainsi défini que l'intégrale $\int_0^\infty \frac{\sin t}{t}\,dt$ est convergente

Calculer sa valeur.

2 /

On désigne par "a" et "b" deux nombres tels que $0 < a < b$ et par f une fonction définie et continue dans $[0, +\infty[$; on suppose enfin que la fonction $t \to \frac{f(t)}{t}$ est intégrable dans $[1, +\infty[$

1° Montrer que la fonction $x \to \frac{f(kx)}{x}$ est intégrable dans $[u, +\infty[$ si u et k sont des nombres strictement positifs, et que l'on a :

$$\int_u^{+\infty} \frac{f(bx)-f(ax)}{x}\,dx = \int_{bu}^{au} \frac{f(t)\,dt}{t}$$

2° Montrer que la fonction : $x \to \frac{f(bx)-f(ax)}{x}$ est intégrable dans $]0, +\infty[$ et que l'on a :

$$\int_{+0}^{+\infty} \frac{f(bx)-f(ax)}{x}\,dx = f(0)\ln\frac{a}{b}$$

3° Démontrer la convergence de l'intégrale $\int_{+0}^{+\infty} \frac{e^{-bt}-e^{-at}}{t}\,dt$ et calculer cette intégrale.

3 /

Dans un espace enclidien $\mathcal{E}$ de dimension 3, on donne trois points A_1, A_2, A_3 ; on donne d'autre part trois réels ω_1, ω_2, ω_3 et un vecteur fixe $\vec{U}$ de l'espace vectoriel directeur E.

1° Étudier le champ de vecteurs

$$M \in \mathcal{E} \to \vec{V}(M) = \sum_{i=1}^{3} \omega_i \overrightarrow{MA_i} \wedge \vec{U}$$

2° Déterminer la trajectoire d'un mobile M dont la vitesse en tous points est $\vec{V}(M)$

4 /

On donne la droite (D) d'équation $\begin{cases} z = 0 \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0 \end{cases}$

1° Écrire l'équation du cône de révolution obtenu en la faisant tourner autour de l'axe Ox (C_1)

2° Écrire l'équation du cône de révolution obtenu en la faisant tourner autour de l'axe Oy (C_2)

3° Étudier l'intersection des deux cônes (C_1) et (C_2).

5 /

Construire la courbe plane d'équation polaire $\rho = \frac{\cos 2\theta}{1 - 2\cos\theta}$

On précisera en particulier les asympotes et la position de la courbe par rapport aux asympotes.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail